Prof. Dr.-Ing. E. Kunze HS-Hannover

Übungs-Aufgaben zur Vorlesung

Industrieroboter

2005-2011

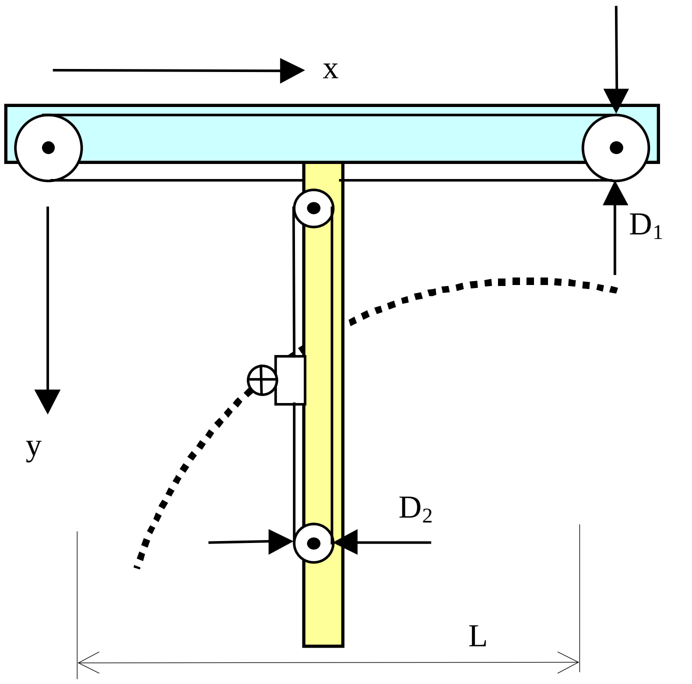
Bei den nachfolgenden Aufgaben handelt es sich um Prüfungsaufgaben zur Vorlesung

“Industrieroboter – Kinematik und Programmierung”

Die Lösungen folgen den Darstellungen in den Vorlesungsunterlagen.

1 Sensoren zur Weg- und Winkelmessung

Aufgabe 1.1



Ein Portalroboter wird mit Zahnriementrieben über Schrittmotoren positioniert.

a) Welche Schrittzahl pro Umdrehung müssen die Schrittmotoren aufweisen, wenn die Positionierabweichungen in x- und y-Richtung gleich groß sein sollen und der Gesamtfehler den Wert $\Delta s = \pm 0{,}5$ mm nicht überschreiten soll?
(D_1 = 120 mm, D_2 = 80 mm)

b) Die x-Positionierung soll nun mit einem Servoantrieb durchgeführt werden. Für die Positionserfassung wird ein Multiturngeber eingesetzt. Welche Spurenzahl muß die Hauptscheibe bei gleichem Positionierfehler haben?

c) Wieviele Umdrehungen muß der Geber zählen können, wenn der Fahrweg L = 1500 mm beträgt?

Lösung

a) Der Gesamtabweichung setzt sich aus den x- und y-Anteilen zusammen, nämlich

$$|\Delta s| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

Da beide Anteile gleich groß sein sollen, ergibt sich

$$|\Delta s| = |\Delta x|\sqrt{2} = |\Delta y|\sqrt{2} \quad \text{und damit} \quad |\Delta x| = |\Delta y| = \frac{|\Delta s|}{\sqrt{2}}$$

Die erforderliche Auflösung der Schrittmotoren beträgt damit

$$|\Delta x| = \frac{\pi D_1}{N_1} \qquad N_1 = \frac{\pi D_1}{|\Delta x|} = \frac{\pi D_1}{|\Delta s|}\sqrt{2} \qquad N_1 = \frac{\pi 120\text{mm}}{0{,}5\text{mm}}\sqrt{2} = 1067$$

$$|\Delta y| = \frac{\pi D_2}{N_2} \qquad N_2 = \frac{\pi D_2}{|\Delta x|} = \frac{\pi D_2}{|\Delta s|}\sqrt{2} \qquad N_2 = \frac{\pi \cdot 80\text{mm}}{0{,}5\text{mm}}\sqrt{2} = 711$$

Der Kodeumfang der Hauptscheibe mit M Spuren muß der Auflösung der Schrittmotoren entsprechen, nämlich $N_1 = 2^M$.
Die erforderliche Spurenzahl beträgt daher

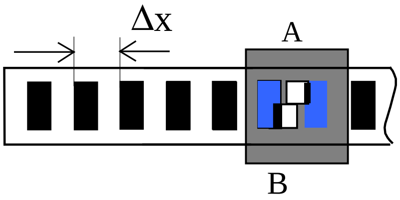
$$\tilde{M} = INT\left(\frac{\ln N_1}{\ln 2}\right) = INT\left(\frac{\ln 1067}{\ln 2}\right) = 10{,}059 \quad \text{und} \quad \text{daher } M = 10$$

c) Der Fahrweg in x-Richtung für eine Umdrehung beträgt: $x_1 = \pi D_1$
Ein Weg L = 1500 mm erfordert daher U Umdrehungen:

$$U = \frac{L}{x_1} = \frac{L}{\pi D_1} = \frac{1500mm}{\pi\, 120mm} = 3{,}98$$

Der ganzzahlige Teil muß vom Geber gezählt werden können, also $Z_U = INT(U) = 3$ Umdrehungen. Dafür benötigt die Geberscheibe M = 2 Spuren.
Die unvollständige Umdrehung (der Nachkommawert) wird von der Hauptscheibe erfaßt.

Aufgabe 1.2



Der Druckkopf eines Druckers wird mit Hilfe eines Strichlineals positioniert.

a) Welche Teilungsperiode Δx ist bei einfacher Auswertung (Zählung der Striche) für eine Auflösung von 300 Punkte/inch erforderlich? (1 inch = 25,4 mm)
b) Durch welche Maßnahme könnte die Auflösung bei gleicher Strichzahl vergrößert werden?
c) Die Druckbreite beträgt b = 210 mm. Wieviel Spuren M müßte ein Kodelineal der gleichen Auflösung wie bei a) haben?
d) Wieviel Striche N müßte eine Scheibe auf der Welle des Antriebsmotors für den Fall a) haben, wenn das Rad für den Zahnriementrieb den Durchmesser D = 15 mm besitzt. Wie groß ist die Teilungsperiode Δx_S auf der Scheibe, wenn der Teilkreis, auf dem die Striche liegen, den Durchmesser D_S = 31,83 mm aufweist?

Lösung

a) Teilungsperiode Δx ist bei einfacher Auswertung (Zählungs der Inkremente) für eine Auflösung von 300 Punkte/inch (1 inch = 25,4 mm)

$$\Delta x = \frac{1 \cdot inch \cdot 25{,}4 \frac{mm}{inch}}{300} = 0{,}085\ mm$$

b) Vergrößerung der Auflösung bei gleicher Strichzahl durch

- *Messung an steigender und fallender Flanke (Verdopplung der Auflösung)*
- *Messung mit zwei um Δx/4 versetzten Meßfenstern A-B (werden ohnehin zur Richtungserkennung benötigt). Damit kann die Auflösung vervierfacht werden*

c) Zahl der erforderlichen Spuren *M* eines Kodelineals.

$$2^M \ge \frac{b}{\Delta x} \qquad M \ge \frac{1}{\mathbf{ln}\,2}\mathbf{ln}\left\{\frac{210 \cdot mm}{0{,}085}\right\} = 11{,}3$$ Es sind *M= 12* Spuren erforderlich

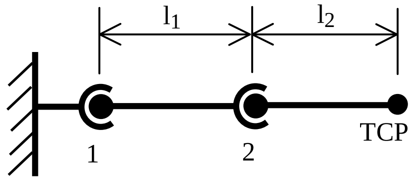
d) Striche N einer Scheibe auf der Welle des Antriebsmotors für den Fall a), wenn das Rad für den Zahnriementrieb den Durchmesser D = 15 mm besitzt.

$$\tilde{N} = \frac{u}{\Delta x} = \frac{\pi \cdot D_s}{\Delta x} = \frac{\pi \cdot 15mm}{0{,}085mm} = 534{,}4$$ Es sind *N = 535* Striche erforderlich (einfache Auswertung)

Die Teilungsperiode auf dem Teilkreis beträgt dann

$$\Delta x_S = \frac{\pi \cdot D_s}{N} = \frac{\pi \cdot 31{,}83 \cdot mm}{535} = 0{,}187 \cdot mm$$

Aufgabe 1.3



Ein kinematischer Arm besitzt zwei Drehgelenke 1 und 2 mit parallelen Achsen. Die Position des TCP wird mit absoluten Winkelkodierern gemessen.

Spurenzahlen: 1. Achse: $M_1 = 15$
2. Achse: $M_2 = 13$

a) Bestimmen Sie **allgemein** die Abweichungen Δu_1 und Δu_2, welche jeder Geber auf den Kreisbögen um die Gelenkachsen bei gestrecktem Arm im TCP hervorruft.

b) Welches Verhältnis l_1/l_2 muß gewählt werden, damit gilt $|\Delta u_1| = |\Delta u_2|$?

c) Die Länge des Oberarms betrage $l_1 = 450$ mm. Wie lang ist l_2, wenn l_1/l_2 nach b) gewählt wird? Mit welcher Gesamtabweichung Δu wird damit der TCP positioniert?

Lösung

a) Abweichungen auf den Kreisbögen $\Delta u_1 = \pm \frac{2\pi(l_1 + l_2)}{2^{M_1}}$ $\Delta u_2 = \pm \frac{2\pi l_2}{2^{M_2}}$

b) Längenverhältnisse bei $|\Delta u_1| = |\Delta u_2|$

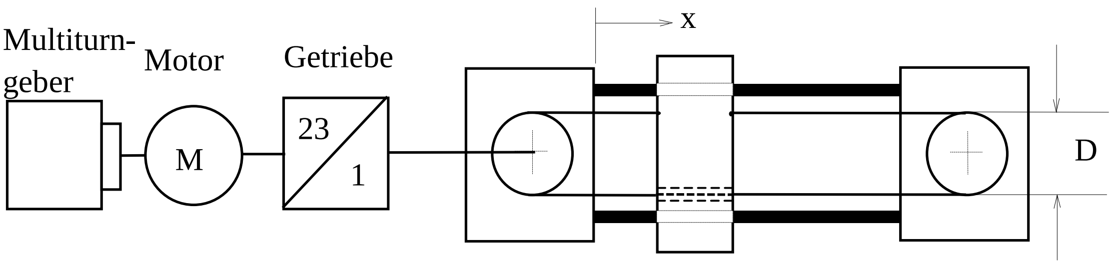
$$\frac{2\pi(l_1 + l_2)}{2^{M_1}} = \frac{2\pi l_2}{2^{M_2}} \qquad (\frac{l_1}{l_2} + 1) = \frac{2^{M_1}}{2^{M_2}} \qquad \frac{l_1}{l_2} = \frac{2^{M_1}}{2^{M_2}} - 1 = 2^{M_1 - M_2} - 1 = 2^2 - 1 = 3$$

c) Länge des Oberarms $l_2 = \frac{l_1}{3} = \frac{450\,mm}{3} = 150\,mm$

Gesamtabweichung $|\Delta u| = 2 \cdot |\Delta u_2| = 2 \cdot \frac{2\pi \cdot l_2}{2^{M_2}} = 150mm \frac{4\pi}{2^{13}} = 0{,}2301mm$

Aufgabe 1.4

Ein Bearbeitungstisch wird mit einem Zahnriemen positioniert. Die Position wird über einen Multiturngeber gemessen.



Daten:

Positionssystem: Trommeldurchmesser $D = 210$ mm
Positionierabweichung $\Delta x_p = \pm 0{,}2$ mm

Multiturngeber: Hauptscheibe: $M_0 = 10$ Spuren
Nebenscheiben: $M_1 = M_2 = 4$ Spuren

Getriebe: Übersetzung: ü = 23/1

a) Welcher maximale Fahrweg x_{max} kann mit dem dargestellten System gemessenwerden?

b) Mit welcher Auflösung Δx_G, bedingt durch den Geber, kann der Weg x gemessen werden? Wie groß ist die Gesamtabweichung Δx_{ges} der Messung als Funktion des Weges?

c) Der tatsächliche Fahrweg der Trägerplatte beträgt x_T = 1200 mm.
Leiten Sie für diese Position her, wieviele Umdrehungen Z_{UN} die Nebenscheiben zählen und welchen Kode Z_H die Hauptscheibe liefert.
Bestimmen Sie das Kodewort Z_T, das der Multiturngeber ausgibt.

d) Statt des Multiturngebers soll ein Inkrementalgeber verwendet werden. Wieviel Striche N (Inkremente) muß die Scheibe haben, damit die gleiche Auflösung erreicht wird wie oben? Welche Strichzahl N_{350} wird bei x = 350 mm gezählt?

Lösung

a) Maximaler Fahrweg bei U Umdrehungen:

$$x_{\max} = \pi \cdot D \cdot U$$

Mit den Nebenscheiben können $Z_{UN} = 2^{M_1+M_2} - 1$ Umdrehungen gemessen werden (Kode 0 zählt nicht mit, daher –1). Aber eine Umdrehung mißt die Hauptscheibe. Die Zahl der möglichen Umdrehungen beträgt daher

$$Z_U = Z_{UN} + 1 = 2^{M_1+M_2} = 2^8 = 256$$

Der meßtechnisch mögliche Weg ergibt sich damit unter Berücksichtigung der Getriebeübersetzung zu

$$x_{\max} = \pi \cdot D \cdot \frac{Z_U}{ü} = \pi \cdot 210\ mm \cdot \frac{256}{23} \cdot = 7343{,}1\ mm$$

b) Die Wegauflösung durch den Geber wird durch das Getriebe um den Faktor *ü* wirksamen Zahl der Inkremente der Hauptscheibe M_0 bestimmt:

$$\Delta x_G = \frac{\pm \pi D}{ü \cdot 2^{M_0}} = \frac{\pm \pi \cdot 210\ mm}{23 \cdot 1024} = \pm 0{,}0280118\ mm$$

Die Gesamtabweichung ist die Summe von Geber- und Positionierabweichung des Riementriebes:

$$\Delta x_{ges} = \Delta x_G + \Delta x_P \approx \pm 0{,}028\ mm \pm 0{,}2\ mm = \pm 0{,}228\ mm$$

c) Zahl der Umdrehungen bei x_T $\quad U = \frac{ü \cdot x_T}{\pi \cdot D} = \frac{23 \cdot 1200 mm}{\pi \cdot 210 mm} = 41{,}835014$

Anzeige der Nebenscheiben $\quad Z_{UN} = INT(U) = 41$

Kode der Hauptscheibe $\quad Z_H = INT\{(U - Z_{UN}) \cdot 2^{M_0}\} = INT(0{,}835014 \cdot 2^{10}) = 855$

Kodewort Z_T, des der Multiturngebers:

$$Z_T = INT\left(\frac{x_T}{\Delta x_A}\right) = INT\left(\frac{1200\ mm}{0{,}0280118\ mm}\right) = 42839$$

oder

$$Z_T = Z_{UN} \cdot 2^{M_0} + Z_H = 41 \cdot 1024 + 855 = 42839$$

d) Striche N (Inkremente) der Scheibe für gleiche Auflösung

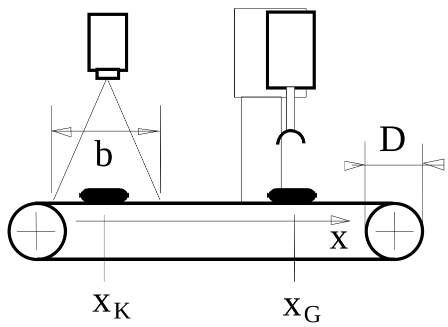
$$\Delta x_G = \frac{\pm \pi D}{ü\ 2^{M_0}} = \frac{\pm \pi D}{ü\ N} \qquad N = 2^{M_0} = 1024$$

Strichzahl N_{350} bei x = 350 mm

$$\tilde{N}_{350} = \frac{x}{\Delta x_G} = \frac{x \cdot ü \cdot N}{\pi D} = \frac{350\ mm \cdot 23 \cdot 1024}{\pi \cdot 210\ mm} = 12494{,}72\ , \text{ also } N_{350} = 12495$$

Aufgabe 1.5

Ein Kamerasensor erfaßt ein Werkstück auf einem Band an der Position x_K.
Die Breite des Sichtfensters b = 300 mm wird mit N = 512 Zeilen aufgelöst.
Ein Inkrementalgeber mit 720 Strichen ist direkt an die Bandtrommel mit dem Durchmesser D = 150 mm gekoppelt.



a) Mit welcher Abweichung ist die Werkstückposition an der Greifstelle x_G bekannt?
b) Ein Roboterarm schwenkt von der Seite über das Teil. Die Armlänge beträgt l = 640 mm. Welche Auflösung muß ein Resolver der Armdrehachse haben, wenn die Positionierabweichung des Armes höchstens 5% der Abweichung von a) betragen soll?

Lösung:

a) Die Abweichungen Δx_K der Kamera und Δx_B des Bandes addieren sich:

$$\Delta x_G = \pm \Delta x_K \pm \Delta x_B$$

$$|\Delta x_K| = \frac{\pm b}{N} = \frac{\pm 300\,mm}{512} = \pm 0{,}59\,mm \qquad \text{Abweichung der Kamera}$$

$$|\Delta x_B| = \frac{\pm \pi D}{N} = \frac{\pm \pi \cdot 150\,mm}{720} = 0{,}65\,mm \qquad \text{Abweichung des Bandes}$$

$$|\Delta x_G| = 0{,}59\,mm + 0{,}65\,mm = 1{,}24\,mm \qquad \text{Abweichung an der Greifstelle}$$

b) Ein Resolver löst eine Umdrehung mit N Bit auf. Daher stehen 2^N Werte zur Verfügung, und die Winkelauflösung beträgt

$$\Delta\alpha = \pm \frac{2\pi}{2^N}$$ Daraus folgt eine Abweichung des Roboterarms von $\Delta u_R = \pm l \cdot \Delta\alpha = \pm l \frac{2\pi}{2^N}$

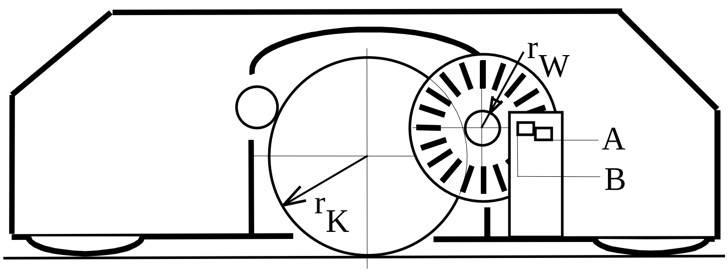
Es soll gelten $|\Delta u_R| = 0{,}05 |\Delta x_G|$ und daher $0{,}05 \cdot |\Delta x_G| = l \frac{2\pi}{2^N}$

Das ergibt $2^N = l \frac{2\pi}{0{,}05 \cdot |\Delta x_G|}$ bzw. $N = \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{2\pi \cdot l}{0{,}05 \cdot \Delta x_G} = \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{2\pi \cdot 640\,mm}{0{,}05 \cdot 1{,}24\,mm} = 15{,}99$

Man braucht also einen Resolver mit 16 Bit Auflösung

Aufgabe 1.6

Die Bewegung einer Maus wird mit Inkrementalgebern gemessen. Diese geben um 90° versetzte Rechtecksignale A und B ab.



Rollkugeldurchmesser: r_K = 12,5 mm
Wellendurchmesser der Inkremenscheibe: r_W = 1,91 mm

a) Wieviel Inkremente N_w sind bei einer Umdrehung der Kugel erforderlich, wenn die Auflösung Δs = 0,4 mm/Inkrement betragen soll und nur eine Flanke pro Inkrement ausgewertet wird?

b) Skizzieren Sie ein Diagramm der Signale A und B als Funktion des Weges s für eine Bewegung nach links.

Lösung

a) Die erforderliche Anzahl von Inkrementen ergibt sich aus (Auflösung * Inkremente = Kugelumfang)

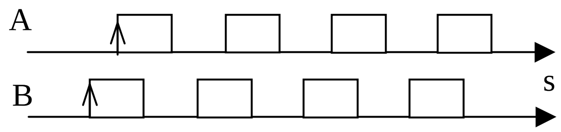
$\Delta s \cdot N = 2\pi \cdot r_K$ Daraus folgt: $N = \dfrac{2\pi \cdot r_K}{\Delta s}$

Wegen der Übersetzung der Drehungen von der Kugel zur Welle werden dort um das Übersetzungsverhältnis weniger Inkremente benötigt:

$$N_W = N \cdot \frac{r_W}{r_K} = \frac{2\pi \cdot r_W}{\Delta s} = \frac{2\pi \cdot 1{,}91mm}{0{,}4mm} = 30{,}0022$$

Erforderlich sind N_W = 30 Inkremente.

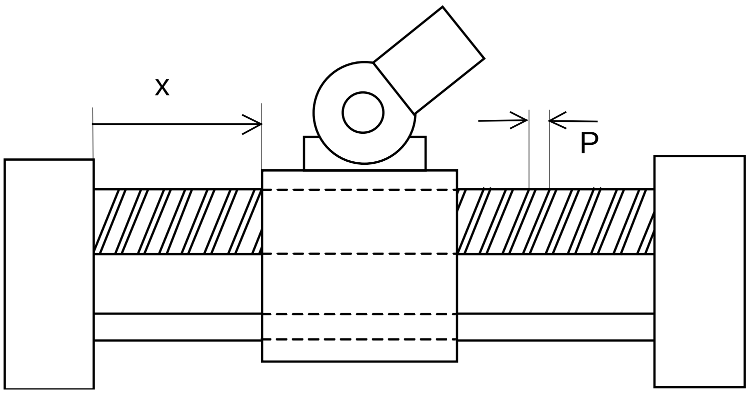
b) Signale A und B als Funktion des Weges s für eine Bewegung nach links. Die Kugel dreht sich dabei linksherum, während die die Inkrementscheibe rechtsherum dreht. Die Flanken der Inkremente erreichen den Kanal B daher vor dem Kanal A:



Aufgabe 1.7

Die Linearachse eines Roboters wird mit Hilfe einer Spindel bewegt. Diese hat folgende Daten:

Verfahrweg x_{max} = 399 mm
Gewindesteigung P = 3 mm
Spindelabweichung $\Delta x_S = \pm 0{,}03$ mm



a) Die Position x soll mit einem Multiturngeber an der Spindel gemessen werden. Wieviel Spuren M_1 muß die Haupt-scheibe haben, wenn die Gesamtabweichung $\Delta x_{ges} = \pm 0{,}05$ mm nicht übersteigen soll?

b) Wieviel Spuren M_2 sind auf Nebenscheiben erforderlich?

c) Anstelle des Multiturngebers soll ein Winkelschrittgeber eingesetzt werden. Wieviele Inkremente N sind auf der Scheibe erforderlich, wenn die gleiche Abweichung wie bei a) eingehalten werden soll?

a) Die Gesamtabweichung setzt sich aus der Abweichung durch den Geber und durch die Spindel zusammen:

$$|\Delta x_{ges}| = |\Delta x_G| + |\Delta x_S|$$

Die Anforderung an den Geber beträgt folglich $|\Delta x_G| = |\Delta x_{ges}| - |\Delta x_S| = 0{,}05mm - 0{,}03mm = 0{,}02mm$

Eine Umdrehung muß daher mit $Z = \frac{P}{\Delta x_G} = 2^{\tilde{M}_1}$ Schritten aufgelöst werden. $\tilde{M}_1$ ist eine rechnerische Zwischengröße, da nur ganze Spurenzahlen auf der Scheibe reaklisierbar sind. Die Auflösung nach $\tilde{M}_1$ ergibt

$$\tilde{M}_1 = \frac{\mathbf{ln}\left\{\frac{P}{\Delta x_{Geber}}\right\}}{\mathbf{ln}\,2} = \frac{\mathbf{ln}\left\{\frac{3mm}{0{,}02mm}\right\}}{\mathbf{ln}\,2} = 7{,}23$$

Die Hauptscheibe muß also $M_1 = 8$ Spuren haben.

b) Die Zahl der zu messenden Umdrehungen beträgt $U = \frac{x_{\max}}{P} = \frac{399\,mm}{3\,mm} = 133$

Die Nebenscheiben müssen also mindestens bis $U = 133$ zählen können. Mit den Rechnegröße $\tilde{M}_2$ bestimmt man

$$\tilde{M}_2 = \frac{\ln U}{\ln 2} = \frac{\ln 133}{\ln 2} = 7{,}06$$

Die Nebenscheiben müssen $M_2 = 8$ Spuren haben.

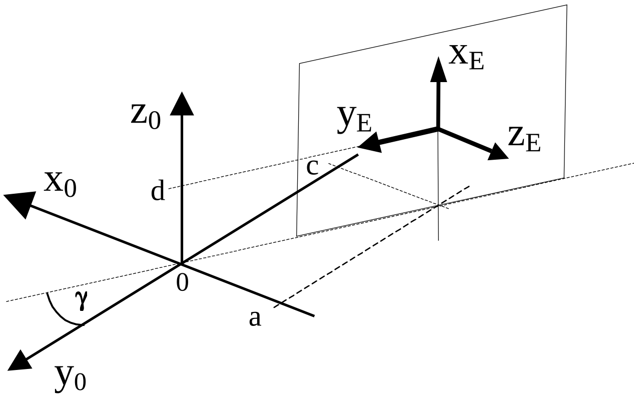
b) Der Winkelschrittgeber muß die Auflösung der Hauptscheibe aufweisen und $N = 2^{M_1} = 256$ Inkremente haben.

2 Koordinatentransformation - Position und Orientierung

Aufgabe 2.1

Ein Effektorkoordinatensystem $\mathbf{S}_E$ hat in einem Bezugskoordinatensystem $\mathbf{S}_0$ die im Bild gezeigte Stellung.

Bestimmen Sie die Orientierungsmatrix $\mathbf{B}_{0E}$ und den Verschiebevektor $\mathbf{b}$ von $\mathbf{S}_E$. Geben Sie damit die homogene Transformation $\mathbf{T}_{0E}$ an.



Lösung

Die Orientierung wird durch zwei negative Drehung erreicht: zu erst um die z_0-Achse mit $\mathbf{R}_z(-\gamma)$ und anschließend um die y_E-Achse mit $\mathbf{R}_y(-90°)$. Die Orientierung ist daher gegeben durch
$\mathbf{B}_{0E} = \mathbf{R}_z(-\lambda)\mathbf{R}_y(-90°)$

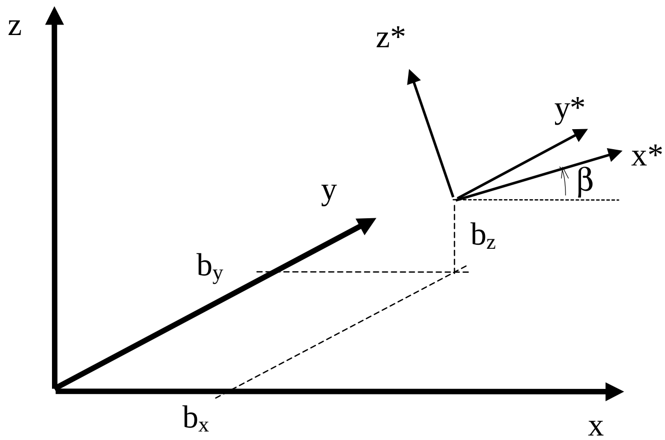
$$\mathbf{B}_{0E} = \begin{bmatrix} \cos(-\gamma) & -\sin(-\gamma) & 0 \\ \sin(-\gamma) & \cos(-\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \sin(\gamma) & -\cos(\gamma) \\ 0 & \cos(\gamma) & \sin(\gamma) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Der Verschiebevektor beträgt $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -a \\ -c \\ d \end{bmatrix}$. Die homogene Transformation lautet daher

$$\mathbf{T}_{0E} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{B}_{0E} & \mathbf{b} \\ \hline 000 & 1 \end{array}\right] = \begin{bmatrix} 0 & \sin(\gamma) & -\cos(\gamma) & -a \\ 0 & \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & -c \\ 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2.2

Wie lautet die Transformation $\mathbf{T}_{0*}$ vom Bezugssystem $\mathbf{S}$ System verschobene und verdrehte System $\mathbf{S}^*$?



Lösung:

Die Transformation erfolgt in zwei Schritten:
1. Verschiebung an den Ort $\mathbf{b} = [b_x, b_y, b_z]^T$.
   Diese Tranformation lautet

$$\mathrm{T}_{01} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_x \\ 0 & 1 & 0 & b_y \\ 0 & 0 & 1 & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

2. Drehung um die negative y^*-Achse mit Winkel β mit Hilfe der Tranformation

$$\mathbf{T}_{1*} = \begin{Bmatrix} \mathbf{cos}\,\beta & 0 & -\mathbf{sin}\,\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{sin}\,\beta & 0 & \mathbf{cos}\,\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

Die vollständige Transformation ist dann gegeben durch

$$\mathbf{T}_{0*} = \mathbf{T}_{01}\mathbf{T}_{1*} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_x \\ 0 & 1 & 0 & b_y \\ 0 & 0 & 1 & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{cos}\,\beta & 0 & -\mathbf{sin}\,\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{sin}\,\beta & 0 & \mathbf{cos}\,\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{cos}\,\beta & 0 & -\mathbf{sin}\,\beta & b_x \\ 0 & 1 & 0 & b_y \\ \mathbf{sin}\,\beta & 0 & \mathbf{cos}\,\beta & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

Aufgabe 2.3

Ein System **S** soll zunächst mit Winkel γ um die z-Achse gedreht werden und dann mit Winkel β um die y-Achse.

a) Wie lautet die homogene Transformation für die Gesamtdrehung?

b) Welcher Wert ergibt sich für die Quadratsumme der Elemente der 1. Spalte? Wie läßt sich das Ergebnis begründen?

c) Wie lautet die Transformation für $\gamma = 180$ und $\beta = 90$?

Lösung

a) Die Gesamttransformation ist das Produkt der Teiltransformationen. Die zweite Transformationsmatrix wird von rechts an die erste heranmultipliziert nach dem Schema

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{S} \cdot \mathbf{T}_{01}$$

$$\mathbf{S}_2 = \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{T}_{12} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{T}_{01} \cdot \mathbf{T}_{12}$$

$$\mathrm{T}_{02} = \mathrm{T}_{01}\mathrm{T}_{12} \begin{Bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos\gamma\cos\beta & -\sin\gamma & \cos\gamma\sin\beta & 0 \\ \sin\gamma\cos\beta & \cos\gamma & \sin\gamma\sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

b) Die Quadratsumme der Komponenten der ersten Spalte ergibt

$$(\cos\gamma\cos\beta)^2 + (\sin\gamma\cos\beta)^2 + \sin^2\beta = (\cos^2\gamma + \sin^2\gamma)\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$$

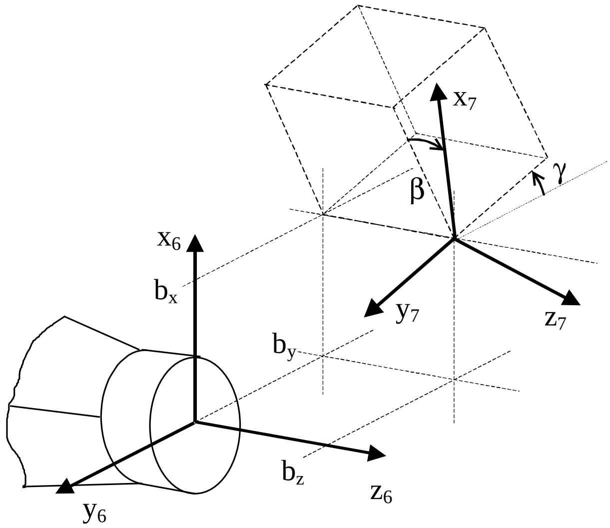
Dieses Ergebnis gilt für alle Spalten des Orientierungsteils der Matrix, da diese die Komponenten der Einheitsvektoren $|\mathbf{e}_x| = |\mathbf{e}_y| = |\mathbf{e}_z| = 1$ enthalten, die das verdrehte Koordinatensystem im Bezugssystem hat.

c) Für $\gamma = 180$ und $\beta = 90$ nimmt die Transformationsmatrix die folgende Form an:

$$\mathrm{T}_{02} = \begin{Bmatrix} 0 & -0{,}5 & 0{,}75 & 10mm \\ 0{,}25 & 0{,}866 & 0{,}43 & -20mm \\ 0{,}866 & 0 & 0{,}5 & 30mm \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

Aufgabe 2.4

Ein Werkzeug ist versetzt und verdreht am Handflansch eines Industrieroboters befestigt. Die Stellung des Handflansches ist durch Koordinatensystem 6 gegeben und die Stellung des Werkzeuges durch Koordinatensystem 7.



a) Bestimmen Sie allgemein die homogene Transformation $\mathbf{T_{67}}$ von 6 nach 7.

b) Wie lautet $\mathbf{T_{67}}$ für die Zahlenwerte

b_x = 10mm, b_y = -20mm, b_z = 30mm,
β = 60°, γ = 30°?

c) Zeichnen Sie den Verschiebevektor in das Bild ein und erläutern Sie die Bedeutung des Rotationsteils.

Lösung

a) Transformation $\mathbf{T_{67}}$ von 6 nach 7.

Die dargestellte Orientierung ergibt sich aus einer Drehung um die z_7-Achse und einer um die verdrehte y_7-Achse. Die Rotationsmatrizen der Drehungen lauten

$$R_z(\gamma) = \begin{Bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \qquad R_y(\beta) = \begin{Bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{Bmatrix}$$

Die Orientierung ergibt sich aus dem Produkt dieser Rotaionmatrizen:

$$R_z(\gamma)R_y(\beta) = \begin{Bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos\gamma\cos\beta & -\sin\gamma & \cos\gamma\sin\beta \\ \sin\gamma\cos\beta & \cos\gamma & \sin\gamma\sin\beta \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{Bmatrix}$$

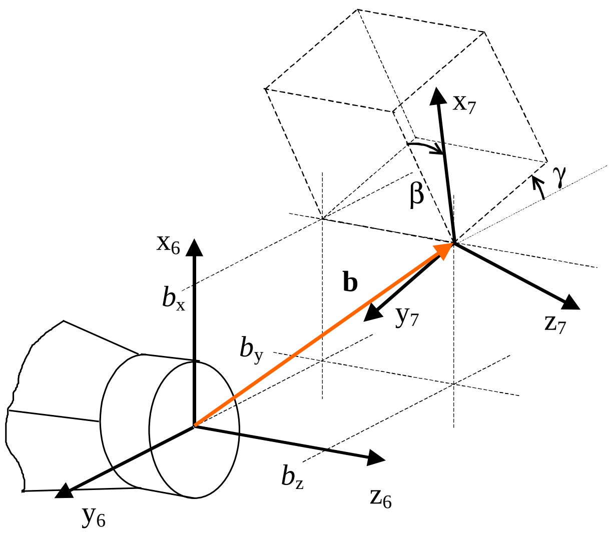
Die homogene Transformation lautet damit

$$\mathbf{T}_{67} = \begin{Bmatrix} \cos\gamma\cos\beta & -\sin\gamma & \cos\gamma\sin\beta & b_x \\ \sin\gamma\cos\beta & \cos\gamma & \sin\gamma\sin\beta & b_y \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

b) Mit den Zahlenwerten b_x = 10mm, b_y = -20mm, b_z = 30mm, β = 60°, γ = 30° erhält man die Matrix

$$\mathrm{T}_{67} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & -1 & 10mm \\ 0 & -1 & 0 & -20mm \\ -1 & 0 & 0 & 30mm \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

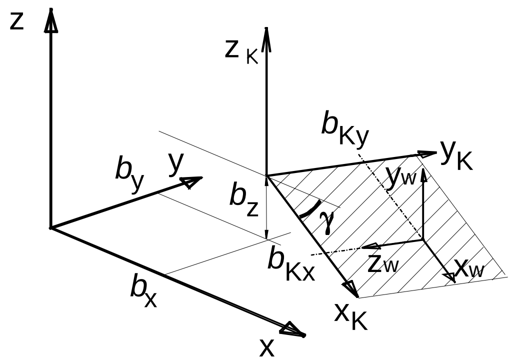
c) Der Verschiebevektor **b** ist im System $\mathbf{S}_6$ definiert und zeigt zum Ursprung von System $\mathbf{S}_7$.
Der Orientierungsteil enthält in seinen Spalten die Koordinaten, die die Einheitsvektoren des verdrehten Systms im Bezugssystem haben.



Aufgabe 2.5

Ein Industrie-Roboter arbeitet im Bezugssystem **S** = (x, y, z). Eine Kamera erfaßt im Koordinaten-system $\mathbf{S}_K = (x_K, y_K, z_K)$ ein Werkstück mit dem Koordinatensystem $\mathbf{S}_W = (x_W, y_W, z_W)$.

Bestimmen Sie die homogene Transformation $\mathbf{T}_{0W}$ vom Bezugssystem zum Werkstückkordinaten-system



Lösung

Die Tranformation setzt sich aus einer Verschiebung T_{0K}, einer Drehung $T_{Kz}(\gamma)$, einer Verschiebung T_{KW} und einer Drehung $T_{Wx}(90°)$ zusammen, d.h.
$\mathbf{T}_{0W} = \mathbf{T}_{0K}\mathbf{T}_{Kz}(\gamma)\mathbf{T}_{KW}\mathbf{T}_{Wx}(90°)$ mit den Transformationen

$$\mathbf{T}_{0K}(\gamma) = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_x \\ 0 & 1 & 0 & b_y \\ 0 & 0 & 1 & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{T}_{Kz}(\gamma) = \begin{Bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{T}_{KW} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_{Kx} \\ 0 & 1 & 0 & b_{Ky} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{Wx}(90°) = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 90° & -\sin 90° & 0 \\ 0 & \sin 90° & \cos 90° & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

Daher gilt

$$\mathbf{T}_{0W} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_x \\ 0 & 1 & 0 & b_y \\ 0 & 0 & 1 & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_{Kx} \\ 0 & 1 & 0 & b_{Ky} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

Die Ausmultiplikation ergibt

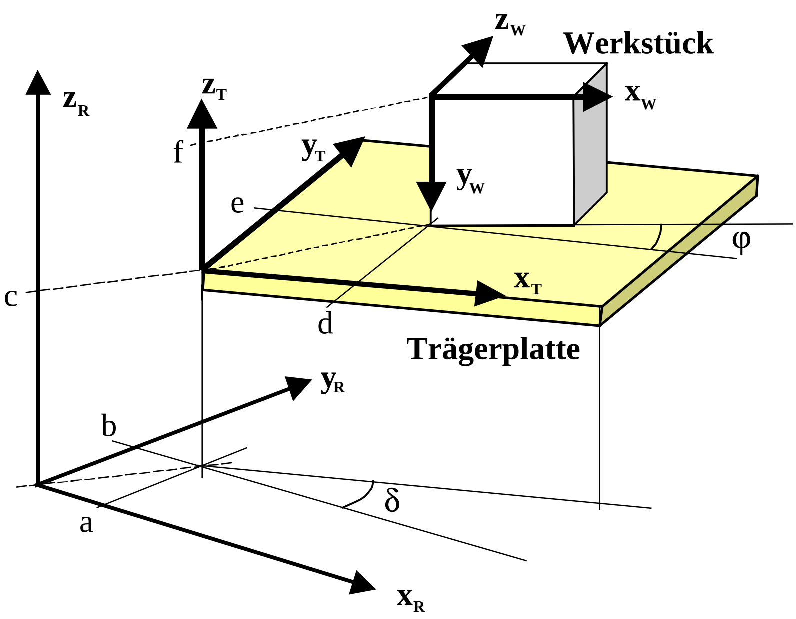
$$\mathbf{T}_{0W}(\gamma)=\begin{Bmatrix} \cos\gamma & 0 & \sin\gamma & b_{Kx}\cos\gamma-b_{Ky}\sin\gamma+b_x \\ \sin\gamma & 0 & -\cos\gamma & b_{Ky}\sin\gamma+b_{Ky}\cos\gamma+b_y \\ 0 & 1 & 0 & b_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

Aufgabe 2.6

Ein Werkstück mit dem körpereigenen Koordinatensystem $\mathbf{S}_W$ befindet sich auf einer Trägerplatte. Im Koordinatensystem $\mathbf{S}_T$ der Trägerplatte hat das Werkstück die Koordinaten d, e, f.
Die Trägerplatte hat in einem Roboterkoordinatensystem $\mathbf{S}_R$ die Koordinaten a, b, c.

a) Wie lautet die Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{RW}$ vom Roboterkoordinatensystem zum Werkstückkoordiunatensystem?.

b) Welche Form nimmt $\mathbf{T}_{RW}$ für den Winkel $\delta = 90°$ an?



Lösung

a) $\mathbf{T}_{RW}$ kann durch zwei Teiltransformationen dargestellt werden, durch die Transformation $\mathbf{T}_{RT}$ vom Roboterkoordinatensystem zur Trägerplatte und $\mathbf{T}_{TW}$ von der Trägerplatte zum Werkstück. Die Gesamttransformation lautet dann $\mathbf{T}_{RW} = \mathbf{T}_{RT}\mathbf{T}_{TW}$.

$$\mathbf{T_{RT}} = \begin{Bmatrix} \mathbf{\cos\delta} & \mathbf{-\sin\delta} & 0 & a \\ \mathbf{\sin\delta} & \mathbf{\cos\delta} & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \qquad \mathbf{T_{TW}} = \begin{Bmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi & d \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi & e \\ 0 & -1 & 0 & f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{RW} = \mathbf{T}_{RT}\mathbf{T}_{TW} = \begin{Bmatrix} \cos\delta & -\sin\delta & 0 & a \\ \sin\delta & \cos\delta & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi & d \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi & e \\ 0 & -1 & 0 & f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

Damit erhält man

$$\mathbf{T}_{RW} = \begin{Bmatrix} \cos\delta\cos\varphi-\sin\delta\sin\varphi & 0 & -\cos\delta\sin\varphi-\sin\delta\cos\varphi & d\cos\delta-e\sin\delta+a \\ \sin\delta\cos\varphi+\cos\delta\sin\varphi & 0 & -\sin\delta\sin\varphi+\cos\delta\cos\varphi & d\sin\delta+e\cos\delta+b \\ 0 & -1 & 0 & f+c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

b) für δ = 90° ergibt sich

$$\mathbf{T}_{RW} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{sin}\,\varphi & 0 & -\mathbf{cos}\,\varphi & -e+a \\ \mathbf{cos}\,\varphi & 0 & -\mathbf{sin}\,\varphi & d+b \\ 0 & -1 & 0 & f+c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

3 Kinematik - Verfahren von Denavit und Hartenberg

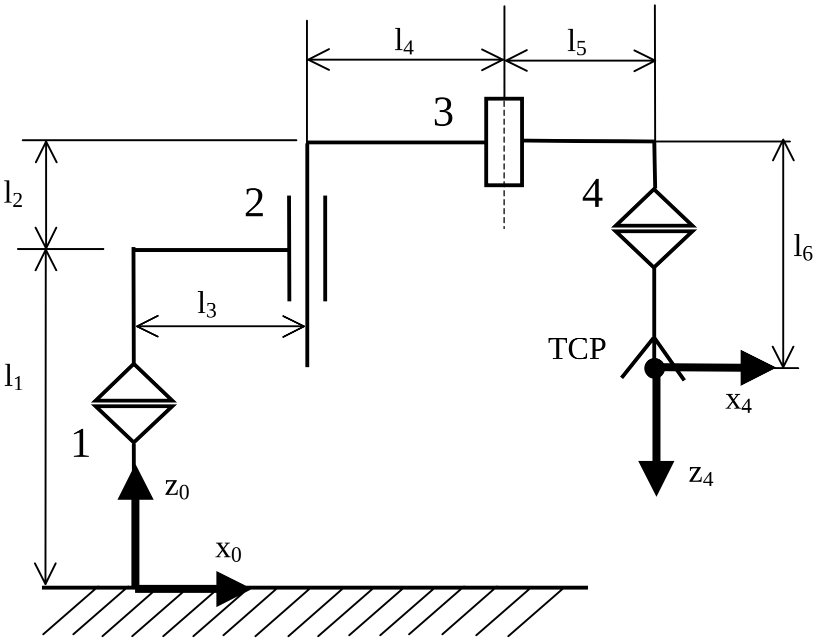
Aufgabe 3.1

Gegeben ist ein Roboterarm mit vier Gelenken:
1, 3 und 4 Drehgelenke,
2 Schiebegelenk.

a) Wie lauten die Parameter nach Denavit und Hartenberg

b) Geben Sie die Transformations-matrizen
$\mathbf{T}_{01}$, $\mathbf{T}_{12}$, $\mathbf{T}_{23}$ und $\mathbf{T}_{34}$ an.

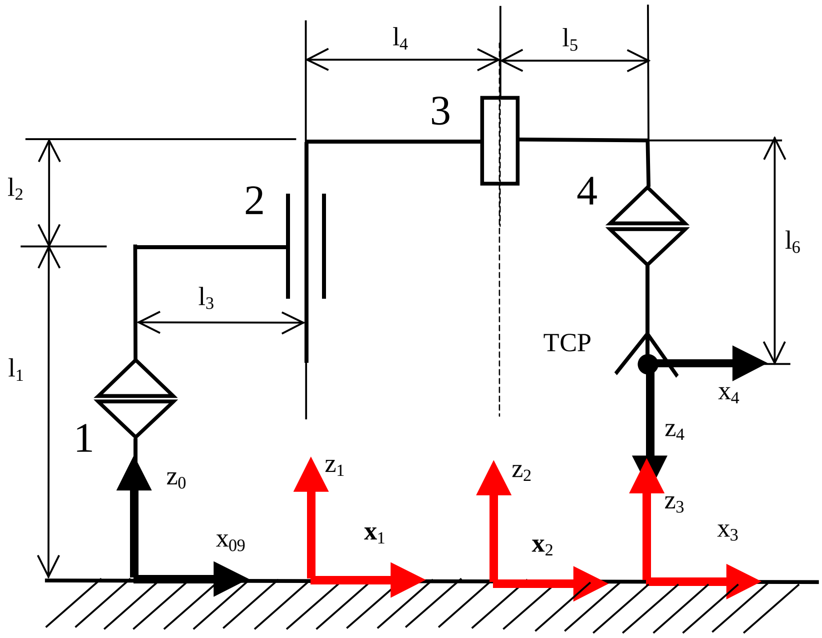
c) Bestimmen Sie für die Werte $\theta_1 = \theta_3 = 0$ die Transformation $\mathbf{T}_{04}$.



Lösung

a) Einzeichnen von Koordinatensystemen auf die Gelenkachsen (hier rot dargestellt).

- z-Achsen auf die Gelenkachsen
- x-Achsen auf die gemeinsame Normale zwischen den z-Achsen (im Bild rot eingezeichnet).
- Bei parallelen z-Achsen existieren beliebig viele gemeinsame Normalen.



Aus der Grafik liest man folgende Parameter ab, wobei s_2 der Verschiebevariable von Gelenk 2 ist:

Gelenk Nr	s	a	α	θ
1	0	l_3	0	θ_1
2	s_2	l_4	0	0
3	0	l_5	0	θ_3
4	$l_1+l_2-l_6$	0	180°	θ_4

b) Für die Transformation zwischen den Gelenken gilt allgemein das Schema von D+H

$$\mathbf{T}_{ij} = \begin{pmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j\cos\alpha_j & \sin\theta_j\sin\alpha_j & a_j\cos\theta_j \\ \sin\theta_j & \cos\theta_j\cos\alpha_j & -\cos\theta_j\sin\alpha_j & a_j\sin\theta_j \\ 0 & \sin\alpha_j & \cos\alpha_j & s_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Damit erhält man die Transformationsmatrizen für die Koordinatensysteme:

$$\mathbf{T}_{01} = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & l_3\cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & l_3\sin\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{T}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{T}_{23} = \begin{pmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & l_5\cos\theta_3 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & l_5\sin\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{34} = \begin{pmatrix} \cos\theta_4 & \sin\theta_4 & 0 & 0 \\ \sin\theta_4 & -\cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & l_1+l_2-l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c) Für $\theta_1 = \theta_3 = 0$ gilt dann

$$\mathbf{T}_{01} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{T}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{T}_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Gesamttransformation $\mathbf{T}_{04}$ ergibt sich aus der Multiplikation der Transformationen.

$$\mathbf{T}_{04} = \mathbf{T}_{01}\mathbf{T}_{12}\mathbf{T}_{23}\mathbf{T}_{34} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \cos\theta_4 & \sin\theta_4 & 0 & 0 \\ \sin\theta_4 & -\cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & l_1+l_2-l_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

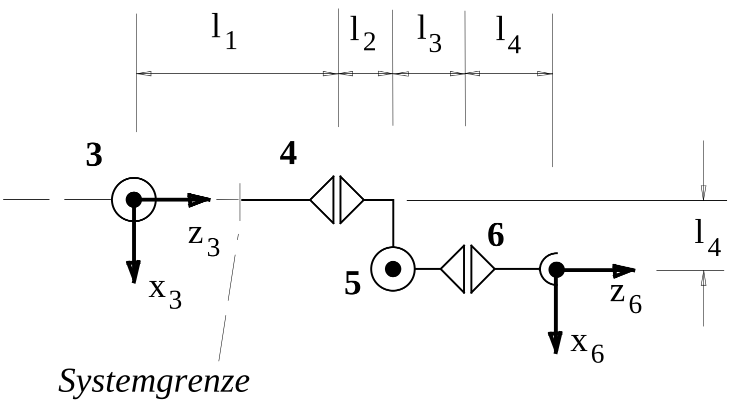
In den ersten drei Spalten stehen die Koordinaten der Einheitsvektoren des Greiferkoordinatensystems 4. Die vierte Spalte enthält die Koordinaten des Verschiebevektors.

Aufgabe 3.2

Geben ist die Hand an einem Roboter mit den Drehgelenken 4, 5 und 6. Vom Roboter ist noch das Gelenk 3 dargestellt.

Bestimmen Sie gemäß Denavit und Hartenberg
a) die Gelenkparameter 4, 5 und 6
b) die Transformationsmatrizen

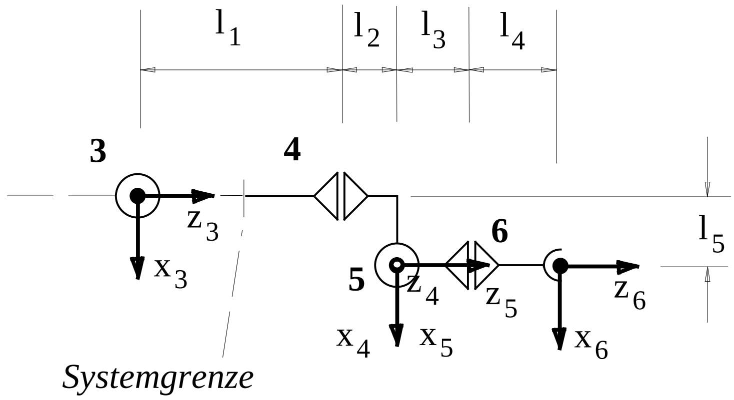
$\mathbf{T}_{34}$ und $\mathbf{T}_{56}$.



Lösung

a) Gelenkparameter.

Einzeichnen von Koordinatensystemen in die Gelenkachsen:
- z-Achse auf die Gelenkachse
- x-Achse auf die gemeinsame Normale zwischen den z-Achsen
- letzes Koordinatensystem in den TCP, die z-Achse in Greifrichtung



Ablesen der Gelenkparameter

Gelenk-Nr.	s	a	α	θ
4	l_1+l_2	l_5	90°	θ_4
5	0	0	-90°	θ_5
6	l_3+l_4	0	0	θ_6

b) Bestimmung der Transformationsmatrizen nach dem Schema von D+H:

$$\boxed{\mathbf{T}_{ij} = \begin{Bmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j \cos\alpha_j & \sin\theta_j \sin\alpha_j & a_j \cos\theta_j \\ \sin\theta_j & \cos\theta_j \cos\alpha_j & -\cos\theta_j \sin\alpha_j & a_j \sin\theta_j \\ 0 & \sin\alpha_j & \cos\alpha_j & s_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}}$$

$$\mathbf{T}_{34} = \begin{Bmatrix} \cos\theta_4 & 0 & \sin\theta_4 & l_5\cos\theta_4 \\ \sin\theta_4 & 0 & -\cos\theta_4 & l_5 \sin\theta_4 \\ 0 & 1 & 0 & l_1+l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{T}_{45} = \begin{Bmatrix} \cos\theta_5 & 0 & \sin\theta_5 & 0 \\ \sin\theta_5 & 0 & -\cos\theta_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{56} = \begin{Bmatrix} \cos\theta_6 & -\sin\theta_6 & 0 & 0 \\ \sin\theta_6 & \cos\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_3+l_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

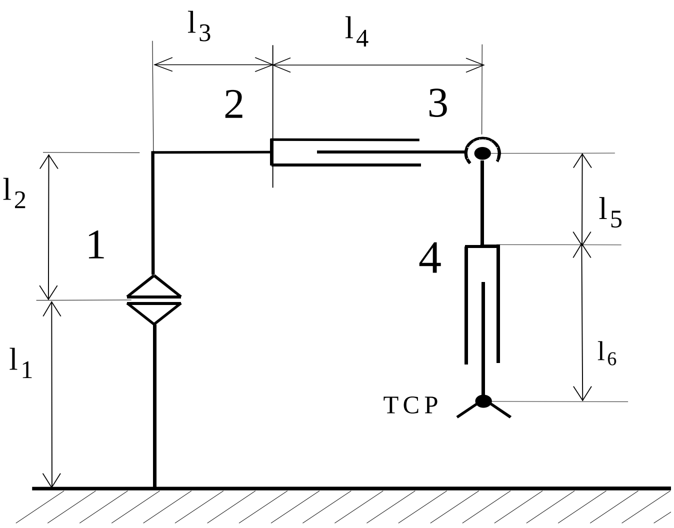
Aufgabe 3.3

Ein Gelenkarm besitzt den nebenstehenden kinematischen Aufbau mit den Gelenken:

1 und 3 Drehgelenke
2 und 4 Schiebegelenk

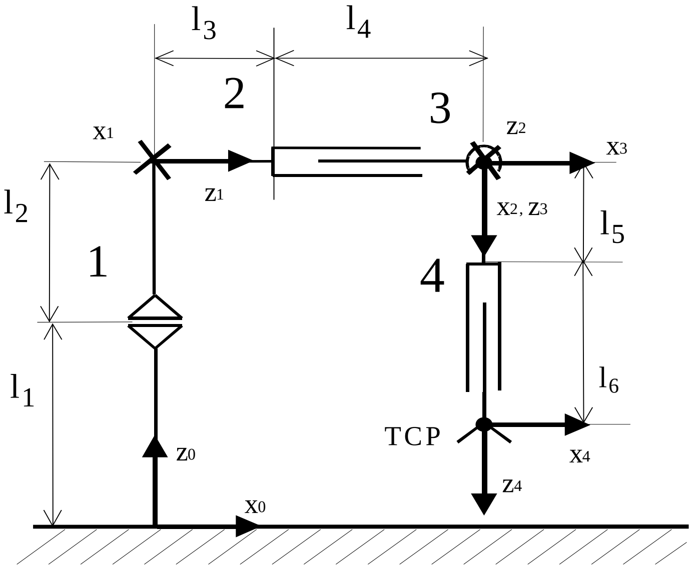
a) Bestimmen Sie für alle Gelenke die Parameter nach Denavit und Hartenberg

b) Geben Sie für alle Gelenke die Transformation von D+H an.



c) Wie lautet die Transformation $\mathbf{T}_{04}$?

d) Wiei lautet $\mathbf{T}_{04}$ für $\theta_1 = \theta_3 = 0$



Lösung

a) Einzeichnen von Koordinatensystemen in die Gelenkachsen.
- z-Achsen auf die Gelenkachse des nächsthöheren Gelenkes.
- Bezugssystem auf die 1. Gelenkachse.
- Die x-Achse auf die gemeinsame Normale.
- Das letzte Koordinatensyszem in den TCP.

Ablesen der Gelenkparameter:

Gelenk-Nr.	s	a	α	θ
1	l_1+l_2	0	90°	$90°+\theta_1$
2	$l_3+l_4+s_2$	0	-90°	-90°
3	0	0	-90°	$-90°+\theta_3$
4	$l_5+l_6+s_4$	0	0	0

b) Bestimmung der Transformationen nach dem allgemeinen Schema von D+H:

$$\boxed{\mathbf{T}_{ij} = \begin{Bmatrix} \cos\theta_j & -\sin\theta_j\cos\alpha_j & \sin\theta_j\sin\alpha_j & a_j\cos\theta_j \\ \sin\theta_j & \cos\theta_j\cos\alpha_j & -\cos\theta_j\sin\alpha_j & a_j\sin\theta_j \\ 0 & \sin\alpha_j & \cos\alpha_j & s_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}}$$

$$\mathbf{T}_{01} = \begin{bmatrix} \cos(90°+\theta_1) & 0 & \sin(90°+\theta_1) & 0 \\ \sin(90°+\theta_1) & 0 & -\cos(90°+\theta_1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1+l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 & 0 & \cos\theta_1 & 0 \\ \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1+l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{12} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_3+l_4+s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{23} = \begin{Bmatrix} \cos(-90°+\theta_3) & 0 & -\sin(-90°+\theta_3) & 0 \\ \sin(-90°+\theta_3) & 0 & \cos(-90°+\theta_3) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \sin\theta_3 & 0 & \cos\theta_3 & 0 \\ -\cos\theta_3 & 0 & \sin\theta_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{34} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_5 + l_6 + s_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

c) Die Transformation $\mathbf{T}_{04}$ ergibt sich aus der Multiplikation der Teiltransformationen.

$$\mathbf{T}_{04} = \mathbf{T}_{01}\mathbf{T}_{12}\mathbf{T}_{23}\mathbf{T}_{34} =$$

$$\begin{Bmatrix} -\sin\theta_1 & 0 & \cos\theta_1 & 0 \\ \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 + l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_3 + l_4 + s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \sin\theta_3 & 0 & \cos\theta_3 & 0 \\ -\cos\theta_3 & 0 & \sin\theta_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_5 + l_6 + s_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{04} = \begin{Bmatrix} 0 & -\cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & (l_3 + l_4 + s_2)\cos\theta_1 \\ 0 & -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & (l_3 + l_4 + s_2)\sin\theta_1 \\ -1 & 0 & 0 & l_1 + l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \sin\theta_3 & 0 & \cos\theta_3 & (l_5 + l_6 + s_4)\cos\theta_3 \\ -\cos\theta_3 & 0 & \sin\theta_3 & (l_5 + l_6 + s_4)\sin\theta_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{04} = \begin{Bmatrix} \cos\theta_1\cos\theta_3 & \sin\theta_1 & -\cos\theta_1\sin\theta_3 & (l_3 + l_4 + s_2)\cos\theta_1 - (l_5 + l_6 + s_4)\cos\theta_1\sin\theta_3 \\ \sin\theta_1\cos\theta_3 & -\cos\theta_1 & -\sin\theta_1\sin\theta_3 & (l_3 + l_4 + s_2)\sin\theta_1 - (l_5 + l_6 + s_4)\sin\theta_1\sin\theta_3 \\ -\sin\theta_3 & 0 & -\cos\theta_3 & (l_1 + l_2) - (l_5 + l_6 + s_4)\cos\theta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

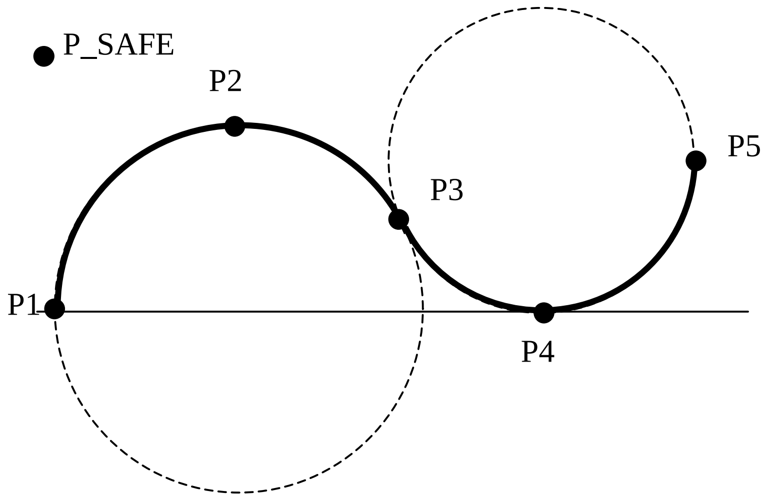
d) Für die speziellen Winkelwerte $\theta_1 = \theta_3 = 0$ folgt

$$\mathbf{T}_{04} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_3 + l_4 + s_2) \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & (l_1 + l_2) - (l_5 + l_6 + s_4) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

4 Programmierung

Aufgabe 4.1

Von einer Schweißnaht sind die im Bild dargestellten Punkte P1 bis P5 bekannt. Geben Sie eine Folge von Bewegungsbefehlen in der Robotersprache Melfa Basic an, mit der die fett dargestellte Bahn mit 30 mm/s abgefahren wird. Die Bewegung soll bei P_SAFE beginnen und enden.

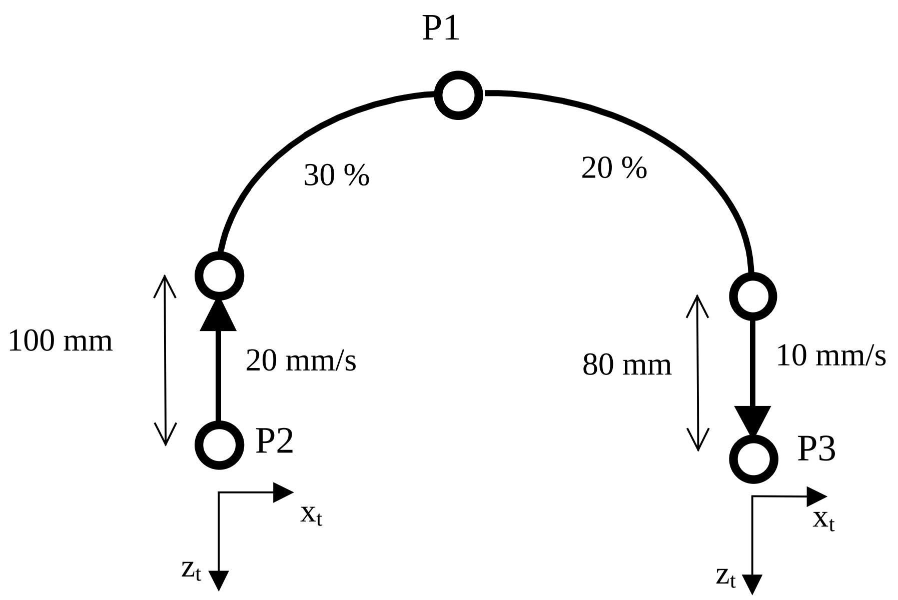


Lösung
(Melfa Basic)

```
10  OVRD 100
20  MOV P1,-40
30  SPD 30
40  MVS P1
50  DLY 0.5
60  MVR P1,P2,P3
70  MVR P3,P4,P5
90  DLY 0.5
100 MVS, -40
110 OVRD 100
120 MOV P_SAVE
```

Aufgabe 4.2

Schreiben Sie ein Roboterprogramm in Melfa Basic, das in der dargestellten Weise den TCP von P2 nach P3 bewegt, d. h. Startpunkt ist P2. Die Koordinatensysteme geben die Toolorientierung in P2 und P3 an. Geschwindigkeiten sind in % für Gelenkinterpolation und mm/s für Linearinterpolation angegeben. Die Bewegungen auf den Bögen sind keine Kreise.

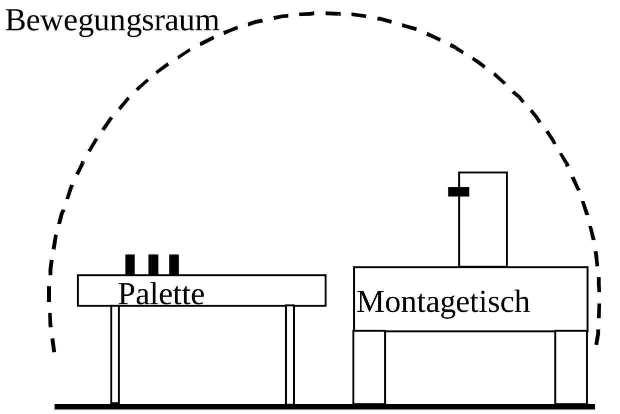


Lösung
(Melfa Basic)

```
10 SPD 20
20 MVS P2, -100
30 OVRD 30
40 MOV P1
50 OVRD 20
60 MVS P3, -100
70 SPD 10
80 MVS P3
```

Aufgabe 4.3

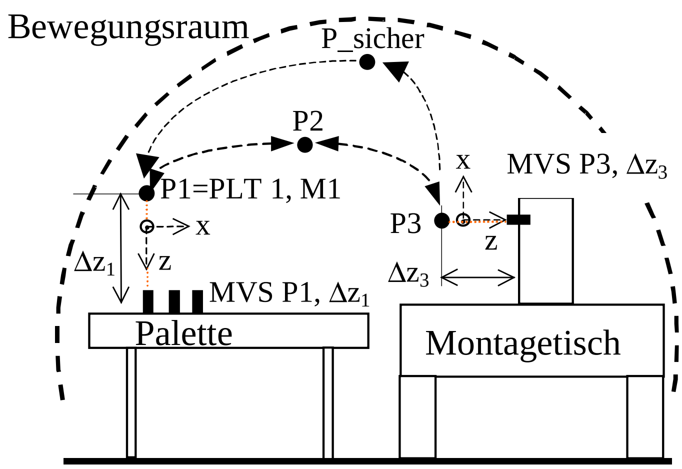
Erstellen Sie einen Bewegungsplan (Folge von Raumpunkten und Bewegungsarten), nach dem ein Industrieroboter Werkstücke von einer Palette seitlich in ein Gerät einsetzen kann.



Lösung

P_sicher Start- und Endpunkt
P2 Zwischenpunkt
Gelenkinterpolation <- - - - ->
Bewegungsbefehl MOV
Geschwindigkeit 100%

Linearinterpolation <——>
Bewegungsbefehl MVS
Geschwindigkeit 50 mm/s
M1 Zähler für Palettenpunkt



Aufgabe 4.4

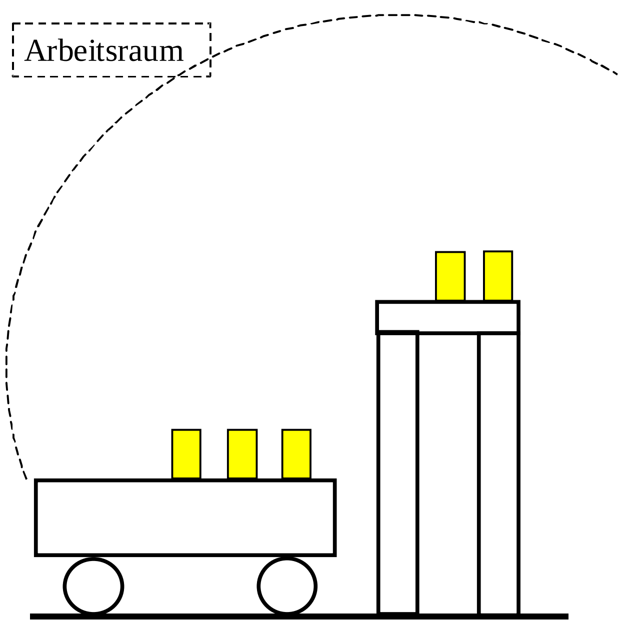
Bei der Programmierung einer Einlegeaufgabe soll der TCP mit einer Linearbewegung von einem Punkt P1 aus *relativ* zu einem Punkt bewegt werden, der folgende Deltawerte von P1 entfernt ist: $\Delta x = 15$ mm, $\Delta z = 10$ mm und $\Delta \gamma = 180$ °.
Erstellen Sie eine Melfa Basic-Programmsequenz zur Lösung dieser Aufgabe.

Lösung
(Melfa Basic)

```
10  MOV P1
20  P2 = (15, 0, 10, 0, 0, 180)
30  MVS P1 + P2
```

Aufgabe 4.5

Erstellen Sie einen Bewegungsplan (Folge von Raumpunkten und Bewegungsarten), nach dem ein Industrieroboter Werkstücke von dem Wagen auf den Tisch transportieren kann.



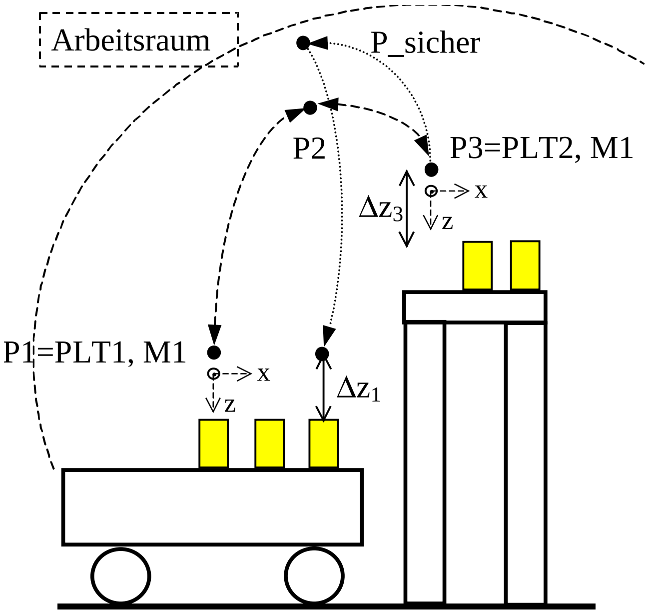
Lösung

P_sicher Start- und Endpunkt
P2 Zwischenpunkt

Gelenkinterpolation <- - - - ->
Bewegungsbefehl MOV
Geschwindigkeit 100%

Linearinterpolation <———>
Bewegungsbefehl MVS
Geschwindigkeit 50 mm/s

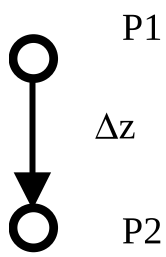
M1 Zähler für Palettenpunkt



Darstellung für Pallettenpunkt M1 = 3

Aufgabe 4.6

Geben Sie 3 Befehle zur Roboterprogrammierung an, mit denen ein Punkt P2 von einem Punkt P1 relativ angefahren werden kann.



Lösung
(Melfa Basic)

1. Mit relativem Punkt

    P2 = (0, 0, Δz, 0, 0, 0)
    MVS P1 + P2

2. Delta-Bewegung

    MVS P1.z + Δz

3. Tool-Bewegung

    MVS P1, Δz